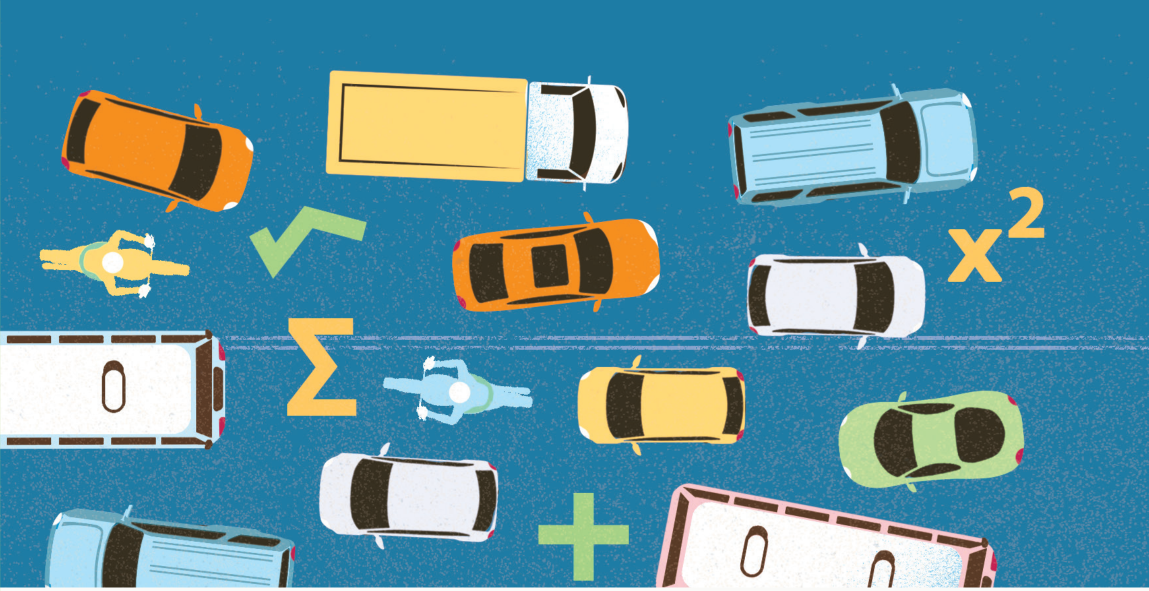
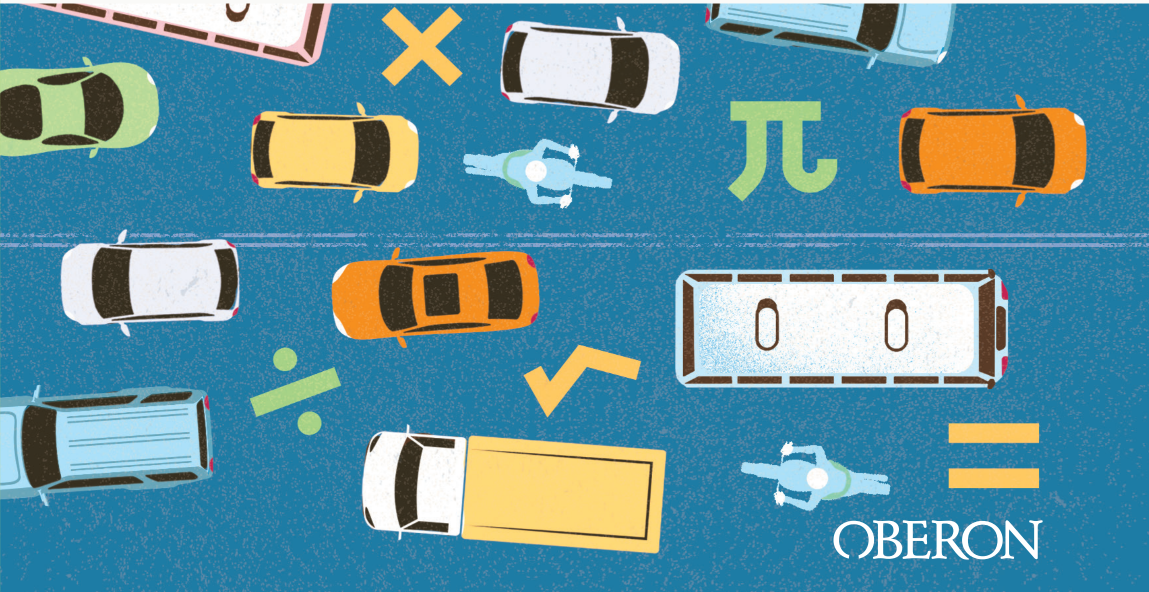


Matemáticas

Los cálculos ocultos de la vida cotidiana

CHRIS WARING



OBERON

Introducción

Cada día tomamos miles de decisiones. Algunas de ellas son activas, conscientes, como coger este libro y minuciosamente leer su contenido, mientras que otras las llevamos a cabo de manera instintiva o automática y no nos damos cuenta de que lo hemos hecho. Estas decisiones pueden basarse en la experiencia, el instinto, la lógica o las tres cosas a la vez. Sin embargo, podemos afirmar que la lógica, y por tanto las matemáticas, son la base sobre la que se asientan todas ellas.

El objetivo de este libro es analizar las operaciones matemáticas que aplicamos a nuestras actividades cotidianas y mostrar el ingente mundo de ecuaciones, algoritmos, fórmulas y teoremas que las sustentan. No podemos preparar un café, montar en bicicleta, contratar a un empleado o incluso irnos a dormir sin que intervengan.

A medida que avancemos por su contenido, iré explicando todas las fórmulas matemáticas que es preciso comprender, así que si no te has planteado nada de lo que veremos en este libro desde que dejaste los estudios, no te preocupes. Quizá descubras lo útil que resulta conocer algunas de las operaciones matemáticas que aplicamos a la vida cotidiana. Espero que te proporcione cierta sensación de control y que te agrade descubrir esos pequeños detalles que influyen de manera significativa en el resultado final de aquello que haces.

Pero antes de abordar la cuestión principal, me gustaría recordarte algunos principios matemáticos básicos. No es preciso revisar primero este apartado, pero aquí lo dejo por si necesitas ampliar tus conocimientos.

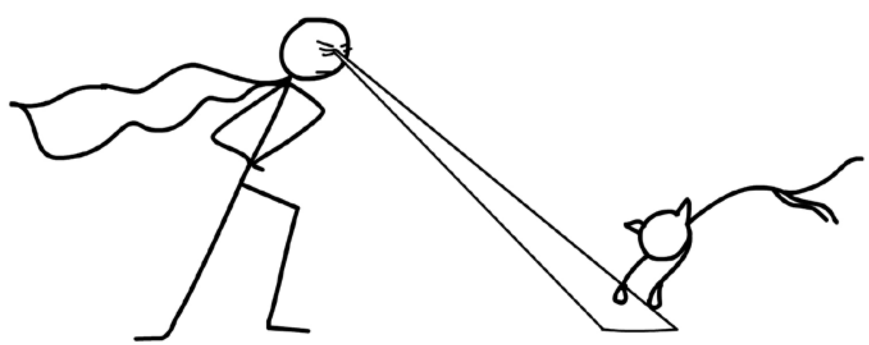
todo el torrente sanguíneo. Esta hormona aumenta el ritmo cardíaco y la presión sanguínea, expande la capacidad de almacenar aire de los pulmones, dilata las pupilas para que entre más luz y desvía la sangre a los principales grupos musculares.

A los superhéroes les sucede lo mismo.

Pero hay más. La cafeína también interviene en la interacción del cerebro con otra hormona llamada adenosina, que es esencial en la activación de nuestro estado de alerta. La adenosina se acumula en el cerebro mientras estamos despiertos. Cuanta mayor sea la cantidad que percibe nuestro organismo, más aletargado se siente. Sin embargo, la cafeína impide que el cerebro la detecte y eso hace que estemos más despiertos, atentos y preparados para resolver problemas matemáticos complicados.

Así pues, el café hace que seamos superrápidos e inteligentes, que tengamos una capacidad de reacción y una fuerza física por encima de lo normal, pero me pregunto si, de algún modo, podríamos disfrutar de auténticos superpoderes, como disparar rayos láser por los ojos.

Una linterna emite luz en diferentes longitudes de onda (que nosotros interpretamos en forma de color) bajo la forma de un amplio haz. En el caso del láser, la luz posee la misma longitud de onda y se propaga en la misma dirección, produciendo un hermoso y compacto punto con el que podemos hacer que nuestro gato —literal y figuradamente— se suba por las paredes. La luz es una forma de energía, así que se puede emplear un láser potente para quemar o cortar objetos. La cirugía ocular con láser se sirve de este principio para realizar cortes muy finos en los globos oculares, aunque lo que yo quiero es que me salgan rayos láser por los ojos.



Imagina que el héroe matemático QED tiene que rescatar a su compañero Raíz Cuadrada de las malvadas garras de su archienemigo el Adivinador. La Raíz Cuadrada está atrapada en una caja de acero que se encuentra suspendida sobre un estanque de lava oculto en el cuartel general volcánico del Adivinador. ¡Solo la visión láser de QED puede solucionar el problema!

Los rayos láser se clasifican en función de su potencia. Un cortador láser que sea capaz de procesar acero suele tener una potencia de aproximadamente 5.000 vatios. Un vatio es una unidad de potencia que equivale a convertir cada segundo un julio de energía de una forma a otra. Por tanto, la visión láser de QED tiene que ser capaz de transformar cada segundo 5.000 julios de energía láser en calor hasta cortar el acero. Un julio es una unidad de energía que en un principio se definía en función de las cargas eléctricas de los circuitos, pero que ahora se emplea como unidad estándar de energía.

Supongamos que QED tarda 30 segundos en realizar un agujero en la trampa que sea del tamaño de su compañero. Esto significa que va a necesitar 30 × 5.000 = 150.000 J, o 150 kJ. ¿Cuánto café sería preciso para alcanzar esa cifra? Bueno, una taza de café negro suele contener unas 5 calorías. Las calorías son una unidad de energía que aplicamos a los alimentos y cada una de ellas equivale a 4.184 J. Por tanto, una taza de café solo de 5 calorías contiene 5 × 4.184 = 20.920 J de energía. Para obtener 150.000 J necesitaría 150.000/20.920 = 7,17 tazas de café.

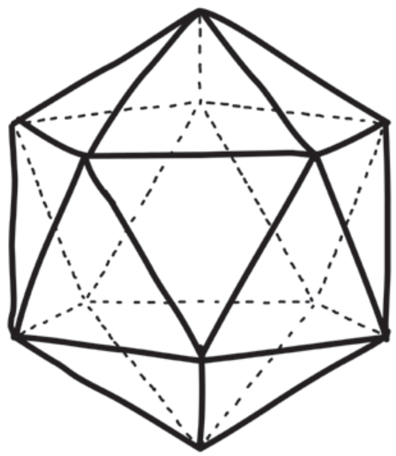
La máquina de café

A dos matemáticos húngaros, Alfréd Rényi y Paul Erdős, se les atribuye la siguiente cita:

Los matemáticos son máquinas de
convertir el café en teoremas.

Ambos fueron grandes consumidores de esta bebida, así como prolíficos productores de teoremas. De modo que, si las matemáticas te resultan complicadas, quizá deberías tomar una taza de café antes de abordar cualquier operación.

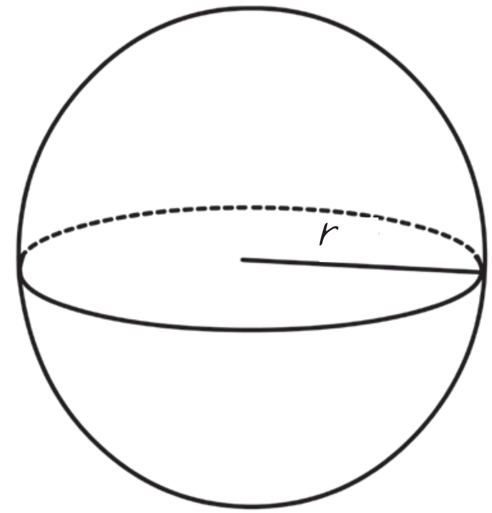
Con ello se demuestra que, cuando se reduce el número de lados, aumenta la superficie, lo cual nos lleva a que, si aumentamos el número de lados, se debería reducir la superficie que buscamos. Pasemos de los cubos de seis caras a la figura de veinte caras llamada icosaedro:



Al igual que el tetraedro, las caras del icosaedro también están formadas por triángulos equiláteros. Un icosaedro de 1 cm^3 tiene una superficie de 5,15 cm^2 y esto nos da ese resultado más pequeño que esperábamos.

Aunque no resulte completamente riguroso desde el punto de vista matemático, podemos deducir que, si el volumen es constante, la superficie de una figura tiende a reducirse cuantos más lados tenga y viceversa. Sin embargo, a partir de veinte lados, ya no podemos crear figuras que contengan caras idénticas. Por ejemplo, en la siguiente página vemos una figura de 32 lados conocida por los matemáticos como icosaedro truncado o, según el común de los mortales, un balón de fútbol.

Si se extiende hasta alcanzar su límite vemos que, a medida que aumenta el número de lados, se obtienen formas que se parecen cada vez más a una esfera:



Una esfera no presenta caras planas como tal, pero podemos calcular su superficie empleando un método similar.
El volumen de una esfera es:

$$\text{Volumen de una esfera} = \frac{4\pi r^3}{3}$$

En esta fórmula, *r* es el radio, la distancia que va del centro a la superficie. El número pi o π, que recordarás del colegio, es el que nos ayuda a medir todas las figuras circulares y se obtiene al dividir la circunferencia de un círculo (la distancia que hay a su alrededor) entre su diámetro (la distancia que se extiende a través del centro del círculo).
Si el volumen de la esfera es de nuevo 1 cm^3, basta con hacer un pequeño reordenamiento para calcularlo:

$$r=\sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}}$$

Esto da a la esfera un radio de 0,62 cm. La superficie de una esfera viene dada por:

$$\text{Superficie} = 4\pi r^2$$

el mío añadí que había instalado un nuevo sistema de iluminación en el área de manipulación de alimentos sin salirme del presupuesto y en un tiempo menor de lo previsto, aunque mi mujer lo habría descrito como «cambiar la bombilla de la cocina cuando se fundió».

Una buena estrategia sería entrevistar a un grupo de candidatos que no tengamos intención de contratar, para así hacernos una idea de cómo es la calidad del grupo. Después, solo tendríamos que entrevistar a varios aspirantes más hasta encontrar a uno que sea mejor que todos los que forman ese grupo de descarte. De ese modo sabremos si entre ellos se encuentra un buen candidato, aunque no sea necesariamente el mejor.

Ahora debemos decidir el tamaño del grupo que vamos a descartar. En los diagramas siguientes, el número de cada candidato indica su categoría: el 1 es el mejor de todos y así hasta el 20, que es el peor. Si el grupo de descarte es demasiado reducido, existe la posibilidad de que no incluya a ninguno de los mejores candidatos, de modo que el siguiente mejor candidato será mediocre.

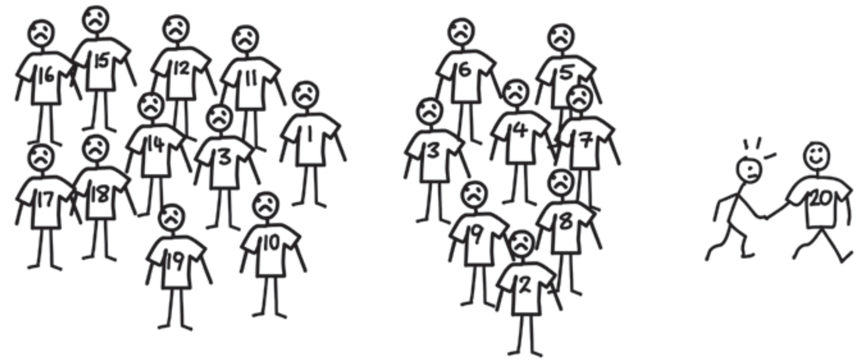
Grupo de descarte pequeño — ¡Estás contratado! — No entrevistado

Si el grupo de descarte es demasiado grande, aumenta el riesgo de que los mejores candidatos se encuentren en él, lo cual implica que ninguno de los restantes será mejor y que tendremos que quedarnos con el último candidato, Charlie. De hecho, si el mejor aspirante forma parte del grupo de descarte, estamos perdidos.

En algún punto intermedio encontraremos el número óptimo de solicitantes que debe tener el grupo de descarte. ¿Cómo podemos averiguar ese número? Vamos a reducir el número de candidatos a una cifra baja para ver cómo se desarrolla la situación.

Si solo hay un solicitante, esa persona es al mismo tiempo el mejor y el peor aspirante y no es necesario realizar ninguna operación matemática para comprobarlo. Si hay dos candidatos, el azar nos brinda un 50 por ciento de probabilidades de contratar al más brillante. Nuestro grupo

de descarte aleatorio solo podría incluir a un aspirante, que o bien es el mejor o bien es lo contrario; de modo que, de nuevo, tenemos un 50 por ciento de posibilidades de contratar al más adecuado.



Grupo de descarte grande — Entrevistado pero rechazado — ¡Estás contratado!

Por ahora, esta estrategia no mejora la selección aleatoria, pero veremos que se va haciendo realidad a medida que aumenta el número de solicitantes. Si hay tres aspirantes, la selección aleatoria se sitúa en el 33,3 por ciento. Siguiendo esta estrategia, se podrían realizar una o dos entrevistas de descarte. A estas alturas, ya nos habremos dado cuenta de que el orden en el que aparecen los candidatos es sumamente importante. Si cada uno de ellos es el primero, segundo o tercero de categoría, podemos analizar las distintas permutaciones del orden en que los entrevistamos para calcular nuestras posibilidades de éxito. Los tres aspirantes podrían estar ordenados de seis maneras:

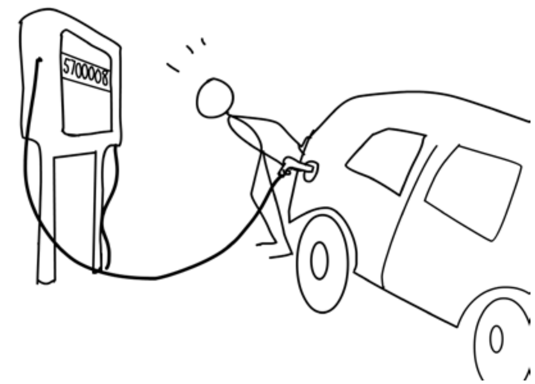
1 2 3; 1 3 2; 2 1 3; 2 3 1; 3 1 2; 3 2 1

Veamos cuántas veces contrataríamos al candidato 1 si hiciéramos una entrevista de descarte. En el caso de 1 2 3, descartamos al más preparado y acabamos escogiendo al 3, ya que el 2 no nos causaría mejor impresión que el candidato 1:

Grupo de descarte — Entrevistado pero rechazado — ¡Estás contratado!

CAPÍTULO 13

Números antinaturales



A menudo, para relajarme, recurro a la tecnología, sobre todo al final de un intenso día. A veces veo una película, ojeo las redes sociales o escucho música. Todas estas actividades dependen de un simple componente electrónico llamado transistor. Un transistor es un interruptor diminuto que carece de partes móviles. Los microchips de los ordenadores contienen miles de millones de ellos, ya que es el componente que emplean para contar, almacenar datos o realizar operaciones matemáticas y lógicas. Sin transistores, no existirían los ordenadores modernos.

La transconductancia es inservible

Los transistores son unos componentes diminutos. El primer iPhone empleaba unos 2.000 millones, mientras que la última versión utiliza más de 12.000 millones. Los transistores están compuestos por unos materiales llamados semiconductores. Como su nombre indica, se encuentran en un punto intermedio entre los conductores, que transportan muy bien la electricidad, y los aislantes, que la bloquean.

líquido desplaza su propio peso dentro de este. No solo eso, sino que el líquido empuja hacia arriba con una fuerza de flotación igual al peso del líquido desplazado.

Pongamos un ejemplo. Imaginemos que arrojo al mar una bala de cañón hecha de hierro. El hierro fundido tiene una densidad de unos 7,2 g/cm^3, mientras que la del agua marina es de 1,024 g/cm^3. Si el volumen de la bala es de 4.000 cm^3, esta tendría una masa de 4.000 × 7,2 = 28.800 g o 28,8 kg. El mismo volumen de agua presentaría una masa de 4.000 × 1,024 = 4.096 g o 4,096 kg.

Debemos comparar los pesos (en lugar de las masas) de la bala y del agua, utilizando la fórmula $W = mg$:

$$W_{\text{bola de cañón}} = 28.8 \times 9.8 = 282 \text{ N}$$
$$W_{\text{agua}} = 4.096 \times 9.8 = 40 \text{ N}$$

Por tanto, la bala de cañón ejerce una fuerza de 282 N que tira de ella hacia abajo y una fuerza de flotación de 40 N que la empuja hacia arriba. Como es evidente, el peso acaba por imponerse y la bala de cañón desciende hacia las profundidades marinas.

La densidad de un ser humano es muy similar a la del agua. Varía un poco debido a la composición del cuerpo. La grasa es menos densa que el músculo, así que cuanta más tengamos, mejor flotaremos. Básicamente, el ser humano flota en el agua, de modo que la fuerza de la gravedad queda anulada por nuestra capacidad de flotación. Por esa razón, nuestros músculos, que tanto trabajan, disfrutan de un merecido descanso.

En agua caliente

En términos matemáticos, la transferencia de calor es un proceso complicado, pero podemos aplicar algunas reglas básicas de la termodinámica en el caso del baño. El calor se propaga de un objeto caliente a su entorno hasta que todo alcanza la misma temperatura. La cantidad de energía que se transfiere sigue esta ecuación:

$$\text{Energía} = mc\Delta T$$

En esta ecuación, m representa la masa y ΔT el cambio de temperatura. La c —la capacidad calorífica específica— requiere un poco más de explicación. Es algo parecido a la densidad: se trata de una forma

de medir cuánta energía se necesita para calentar un kilogramo de una sustancia en un grado Celsius. El agua posee una capacidad calorífica específica de 4.184 julios el kilogramo por cada grado centígrado. Un buen baño caliente tiene una temperatura de unos 45 °C, pero el agua sale del grifo caliente a 55 °C y la fría a 7 °C. ¿Existe una forma de calcular la cantidad que necesitamos de cada una de ellas?

La clave está en saber que la energía del agua caliente pasa al agua fría, así que debemos tener la suficiente cantidad de agua caliente para calentar el agua fría hasta los 45 °C y la suficiente cantidad de agua fría para enfriar el agua caliente hasta esa misma temperatura.

La energía necesaria para calentar un kilogramo de agua fría a 38 °C hasta mi temperatura objetivo de 45 °C viene dada por:

$$\text{Energía} = 1 \times 4.184 \times 38$$
$$= 158.991 \text{ J}$$

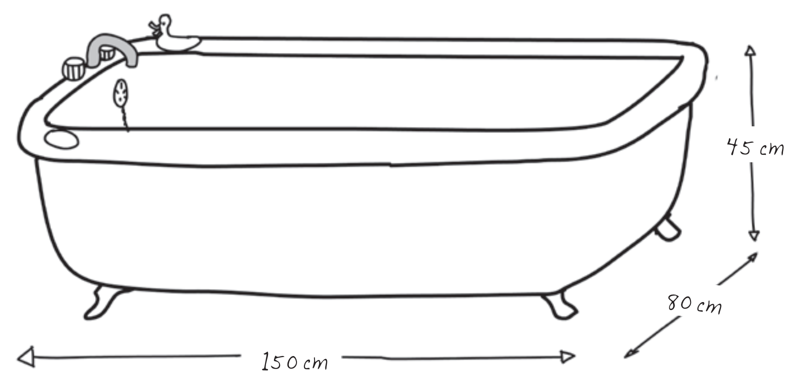
La energía que necesita transferir un kilogramo de agua caliente de 55 °C para bajar a 45 °C es

$$\text{Energía} = 1 \times 4.184 \times 10$$
$$= 41.840 \text{ J}$$

Ahora divido las dos cifras:

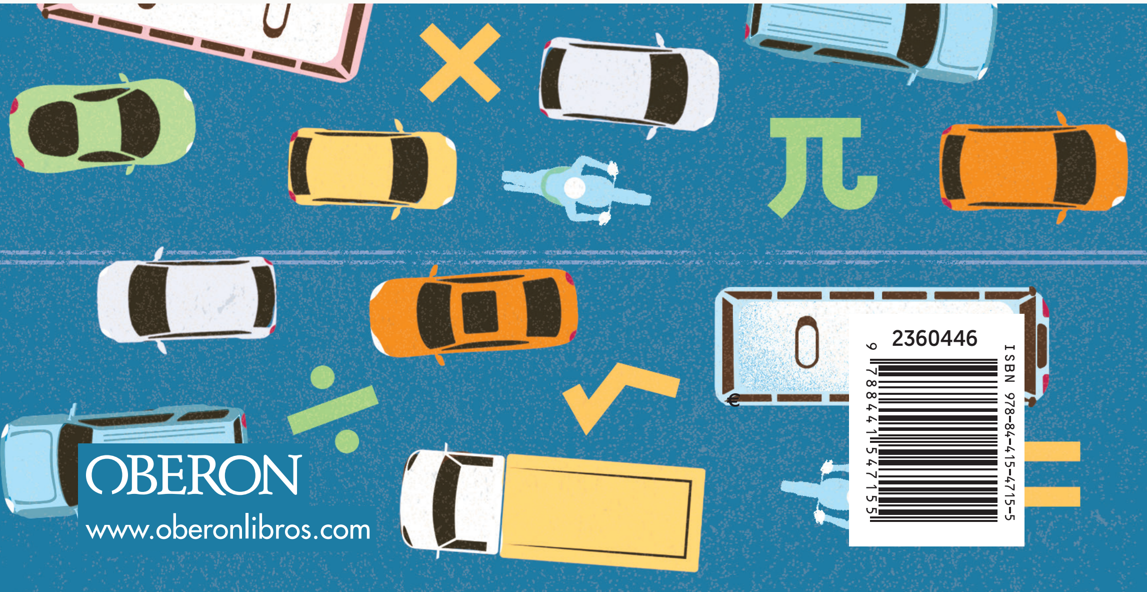
$$158.991 \div 41.840 = 3{,}8 \text{ (un decimal)}$$

Esto me indica que cada kilo de agua fría necesita 3,8 kilos de agua caliente para calentarse. ¿Pero cuánta agua necesito en total? Una bañera normal suele tener 1,5 metros de largo, 80 centímetros de ancho y unos 45 centímetros de profundidad.



Cada día tomamos miles de decisiones y en todas ellas intervienen las matemáticas. No podemos montar en bicicleta, contratar a un empleado o conciliar el sueño sin hacer uso de ellas. ¿Sabías que para preparar la taza de café perfecta es necesario efectuar algunos cálculos matemáticos o que las compras en línea pueden enseñarnos los entresijos de la teoría de los juegos?

Matemáticas. Los cálculos ocultos de la vida cotidiana es una guía esencial plagada de cálculos matemáticos fáciles de entender y de divertidas ilustraciones para comprender el fascinante mundo de las ecuaciones, los algoritmos, las fórmulas y los teoremas que forman parte de nuestra vida cotidiana.



OBERON
www.oberonlibros.com
2360446
ISBN 978-84-415-4715-5
9 788441 547155