

# Índice

Unas palabras del biógrafo .....	11
Capítulo 1. Matemáticas cúbicas .....	13
1. Elementos básicos del cubo: caras, vértices y aristas.....	14
2. El cubo y la fórmula de Descartes-Euler-Legendre .....	15
3. Diagonales de un cubo.....	15
3.1. Longitud de las diagonales.....	16
4. Centro de un cubo y esfera circunscrita .....	17
5. Centro, planos y ejes de simetría del cubo.....	18
6. Algunas secciones del cubo.....	20
7. Disección notable del cubo.....	21
8. Del espacio al plano: desarrollo del cubo.....	21
8.1. El cubo y su desarrollo con el PLOT .....	24
8.2. El cubo y su desarrollo con el POLYDRON magnético .....	24
9. Poliedro conjugado del cubo.....	24
10. El cubo como unidad para el cálculo de volúmenes .....	25
11. Un cubo y tres pirámides cuadradas .....	27
12. Disección «algebraica» del cubo .....	27
13. Suma de cubos con cubos.....	28
14. El cubo pintado .....	30
15. El problema de la duplicación del cubo.....	33
Referencias bibliográficas .....	36
Capítulo 2. Rompecabezas cúbicos .....	37
1. El cubo diabólico .....	37
2. El cubo SOMA .....	42
2.1. El puzle.....	42
2.2. El problema fundamental .....	44
2.3. Jugando con el SOMA .....	45
3. El cubo de Mikusinski .....	48
4. Disecciones del cubo en piezas idénticas .....	50
4.1. El cubo de O’Berine.....	50
4.2. Un cubo grande: el <i>Gridlock Puzzle</i> .....	54
5. El puzle de Slothouber-Graatsma.....	53
6. El cubo de Conway .....	54

7. El cubo de Bedlam .....	55
Referencias bibliográficas .....	56
Referencias online.....	56
Capítulo 3. Cubos y figuras imposibles .....	57
1. Cubo y manzanas .....	59
2. Atleta Cósmico .....	60
3. STOP WAR!.....	66
4. El cubo y la cosmología platónica .....	68
5. Algunas secciones del cubo.....	69
6. Cubos imposibles.....	72
Referencias bibliográficas .....	75
Capítulo 4. La esponja de Menger: un fractal cúbico .....	77
1. La alfombra de Sierpinski .....	80
2. La esponja de Menger.....	81
Referencias bibliográficas .....	86
Referencias online.....	86
Capítulo 5. Cubos renacentistas      87	
1. Leonardo da Vinci, <i>La divina proporción</i> y el cubo.....	87
2. Grabados y dibujos de Lorenz Stoer .....	89
3. Grabados de Wenzel Jamnitzer .....	96
Referencias bibliográficas .....	98
Capítulo 6. El cubo de Rubik y algunos de sus parientes .....	99
1. El cubo de Rubik .....	101
2. El CR en nuestro entorno .....	103
3. Un antepasado del CR: el cubo $2 \times 2 \times 2$ de Larry D. Nichols.....	106
4. Descendientes del cubo de Rubik.....	108
Referencias bibliográficas .....	112
Capítulo 7. Hexaedros artísticos.....	113
1. Cubos de Koffka en dos pavimentos venecianos .....	113
2. Un mundo cúbico .....	115
3. El Atomium.....	116
4. Cubo constitucional .....	117
5. Intersección de cubos.....	118
6. Cubo universitario.....	119
7. Las «cabezas cúbicas» de Sacha Sosno .....	120
Referencias bibliográficas .....	123
Referencias online.....	123
Capítulo 8. Cubos naturales.....	125
Referencias online.....	131

Capítulo 9. Poemas «cúbicos» .....	133
1. La nota .....	134
2. Cubo de Kepler.....	137
3. Estrella en el cubo .....	139
Referencias bibliográficas .....	145
Referencias online.....	145
Capítulo 10. cubo, octaedro y cuboctaedro .....	147
1. A modo de introducción.....	147
2. Del cubo al cuboctaedro.....	149
3. Algunos cálculos (a modo de epílogo).....	152
Referencias bibliográficas .....	153
Capítulo 11. Cubos mágicos y numéricos .....	155
1. Definición de <i>cubo mágico</i> .....	155
2. Algunos tipos de codificación .....	156
3. Un problema sobre cubos mágicos .....	160
Referencias online.....	162
Capítulo 12. Popurrí cúbico .....	163
1. Cubos urbanos y aragoneses .....	163
1.1. Hexaedro regular en la <i>Ciudad de los Amantes</i> .....	163
1.2. Pedestal cúbico .....	164
2. Cubos confortables.....	164
3. Cubos con sabor.....	165
4. Cubos lúdicos .....	166
5. Cubos para enfriar y endulzar .....	166
6. Tizas de billar .....	167
7. Cubos de película .....	168
Referencias online.....	171
Epílogo: unas palabras del biografiado.....	173



## PRÓLOGO

### *Unas palabras del biógrafo*

La biografía que está a punto de empezar a leer pretende ofrecer una visión polifacética de uno de los poliedros regulares (*sólidos platónicos*) más populares: el cubo o hexaedro regular.

Para ello hemos contado con la inestimable colaboración del biografiado con el que hemos charlado durante horas, hemos intercambiado emails, hemos tomado algún café, etc.

En todas las ocasiones, el cuerpo geométrico con seis caras cuadradas nos ha facilitado algún detalle personal que desconocíamos y que nos ha permitido escribir este libro.

En los capítulos que configuran esta biografía no sólo hemos tenido en cuenta los aspectos geométricos, quizás los más conocidos, de nuestro personaje. También hemos prestado atención a: (i) algunos rompecabezas hexaédricos (cubo diabólico, cubo SOMA, cubo de Mikusinski, cubo de O'Berine, Gridlock Puzzle, puzzle de Slothouber-Graatsma, cubo de Conway, cubo de Bedlam y cubo de Rubik), (ii) las figuras imposibles cúbicas, (iii) los cubos de Koffka y Necker, (iv) los dibujos y grabados de hexaedros regulares diseñados por Leonardo da Vinci, Lorenz Stoer y Wenzel Jamnitzer, (v) un óleo «cúbico» de Ángeles Santos Torroella, (vi) la estructura hexaédrica del *Atomium* de la Exposición de Bruselas, (vii) algunas esculturas cúbicas, (viii) los cristales de piritita, goethita, fluorita halatita y boleita, (ix) los poemas cúbicos de Bernardo Schiavetta, (x) los cubos

mágicos de orden  $n$ , y  $(xi)$  la presencia de los hexaedros regulares en el diseño de muebles, en el cine, etc.

De este modo hemos pretendido dar una imagen más cercana del poliedro regular al que Platón identificó con la tierra.

Vicente MEAVILLA

Teruel, febrero de 2022

## CAPÍTULO 1

# *Matemáticas cúbicas*

El único poliedro regular<sup>1</sup> limitado por cuadrados es el *hexaedro regular* o *cubo* al que el filósofo griego Platón (427-347 a. C.) identificó con la tierra.



El cubo y la tierra<sup>2</sup>

Euclides de Alejandría (s. III a. C.), en sus famosos *Elementos* (Libro XI, definición 25), lo describió en los siguientes términos:

Cubo es un sólido limitado por seis cuadrados.

- 
- 1 Se llama *poliedro regular* a todo poliedro convexo [= poliedro que sólo se puede cortar en dos puntos por una recta] en el que sus caras son regulares e iguales y tal que en cada vértice concurren el mismo número de aristas.
  - 2 Ilustración del *Mysterium Cosmographicum* (1596) de Johannes Kepler.



Euclides de Alejandría

En las líneas que siguen ofrecemos diversos aspectos matemáticos del hexaedro regular que están al alcance de cualquier lector con una formación matemática elemental.

## 1. ELEMENTOS BÁSICOS DEL CUBO: CARAS, VÉRTICES Y ARISTAS

Se llama *cara* de un cubo a cada uno de los seis cuadrados que lo forman.

*Vértice* de un cubo es cada uno de los puntos en que concurren tres caras.

La intersección de dos caras adyacentes de un cubo se llama *arista* del cubo.

